

des Mathe-Treffs der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

1. Aufgabe (Muscheln am Strand):

a)

Sarah	Solvang	Steffen	Summe
1	5	10	16
2	6	12	20
3	7	14	24

Also hat Sarah 3, Solvang 7 und Steffen 14 Muscheln gesammelt.

b)

Man sucht das kleinste gemeinsame Vielfache von 3 und 5, das größer als 24 ist. Dieses ist 30. Da wir einen Rest von 1 haben, sind es 30 + 1 = 31 Muscheln. Sie haben also am zweiten Tag mindestens 7 Muscheln bzw. insgesamt mindestens 31 Muscheln gesammelt.



des Mathe-Treffs der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

c)

Die Lösung kann durch systematisches Probieren gefunden werden, oder aber auch durch das Aufstellen und Lösen der folgenden Gleichungen:

x ist die Gesamtmenge der Muscheln; es gilt:

$$(1)x = 3y + 1$$

$$(2)2y = 3z + 1$$

$$(3)2z = 3a + 1$$

$$(4)2a = 3b + 1$$

Nun kann man diese Gleichungen von (4) ausgehend lösen:

$$a = \frac{3b+1}{2}$$

$$z = \frac{3*(\frac{3b+1}{2})+1}{2} = \frac{\frac{9b+3}{2}+1}{2} = \frac{9b+3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{9b+5}{4}$$

$$y = \frac{3*(\frac{9b+5}{4})+1}{2} = \frac{27b+15}{8} + \frac{1}{2} = \frac{27b+19}{8}$$

$$x = 3*\frac{27b+19}{8} + 1 = \frac{81b+57}{8} + 1$$

$$x - 1 = \frac{81b+57}{8}$$

Alle Variablen stehen für ganze Zahlen, da die Kinder nur ganze Muscheln gesammelt haben.

Folglich muss gelten:

$$81*b + 57 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$\Leftrightarrow$$
 1*b+1 = 0(mod 8)

$$\Leftrightarrow$$
 1*b+1 = 8(mod 8)

$$\Leftrightarrow$$
 b = 7(mod 8)

Also ist der kleinstmögliche Wert für b die Zahl 7, und somit ist x = (81*7+57)/8+1=79.



des Mathe-Treffs der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

2. Aufgabe (Streitschlichtung im Mathe-Treff):

	Fässchen mit 24 l	Karaffe mit 13 I	Karaffe mit 11 I	Karaffe mit 5 l
Inhalt vor dem Umschütten	24	0	0	0
Inhalt in Litern nach dem ersten Umschüttvorgang	0	8	11	5
Inhalt in Litern nach dem zweiten Umschüttvorgang	16	0	8	0
Inhalt in Litern nach dem dritten Umschüttvorgang	3	13	8	0
Inhalt in Litern nach dem vierten Umschüttvorgang	3	8	8	5
Inhalt in Litern nach dem fünften Umschüttvorgang	8	8	8	0

Ja, er kann den Streit schlichten. Dafür muss er obige Umschüttvorgänge vornehmen.

Aufgabe 3 (Fahndung):

Die kleinste mögliche Hz ist die 2, die größte die 9. Die Zehnerziffern liegen zwischen 1 und 8, wobei sie kleiner als die Hz sein muss. Die Ez liegen je nach Zusammenstellung von

Hz und Zz zwischen 0 und 7.

Tabelle zur Veranschaulichung:

Hunderter- und Zehnerziffern	mögliche Anzahl der Einerziffern		
21	1		
31, 32	1+2		
41, 42, 43	1+2+3		
51, 52, 53, 54,	1+2+3+4		
61, 62, 63, 64, 65	1+2+3+4+5		
71, 72, 73, 74, 75, 76	1+2+3+4+5+6		
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87	1+2+3+4+5+6+7		
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98	1+2+3+4+5+6+7+8		

Das ergibt 120 dreistellige Zahlen mit der geforderten Eigenschaft.



des Mathe-Treffs der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

Aufgabe 4 (Maislabyrinth)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Sie schaut mit Stelzen über die Wände. Sie findet mit dem GPS ihres Handys heraus. Sie geht immer rechtsrum. Sie geht immer linksrum. Mit der Machete holzt sie den Mais ab.

. . .

Weitere kreative Lösungen sind möglich und durchaus gewünscht.